

 GOBIERNO DE ARAGON Departamento de Educación, Cultura y Deporte		PREMIOS EXTRAORDINARIOS DE BACHILLERATO Convocatoria 2019-2020	
EJERCICIO 4		MATEMÁTICAS II	
Fecha	04/10/2019	DNI/NIE/Pasaporte	
PROVINCIA DE EXAMEN		CALIFICACIÓN	

Observaciones: (1) No se escribe en esta hoja. (2) Se deben contestar las preguntas en el orden en que aparecen, indicando claramente el número de la pregunta. (3) Se deben numerar las hojas por ambas caras. (4) No está permitido utilizar lápiz. (5) No se puntuarán resultados directos, aunque sean correctos. (6) No está permitido el uso de calculadora programable.

- 1.- a) Utilizando la definición de matriz inversa de una matriz cuadrada, demostrar que $(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$. ¿Se puede generalizar la propiedad para un exponente $k \in \mathbb{N}$ cualquiera? En caso afirmativo, demostrarlo. (0,5+0,5 puntos)

- b) Sean A y B dos matrices regulares $n \times n$ dadas. Calcular en función de A y B la matriz X de orden $n \times n$ que verifica $AXB = I_n + A + B$, siendo I_n la matriz identidad (unidad) $n \times n$. (0,5 puntos)

- c) Calcular el valor del determinante de la matriz M , presentando el resultado en la forma más compacta posible:

$$M = \begin{pmatrix} ab & b^2 & a^2 & ab \\ ab & a^2 & b^2 & ab \\ a^2 & ab & ab & b^2 \\ b^2 & ab & ab & a^2 \end{pmatrix},$$

siendo $a, b \in \mathbb{R}$.

(1 punto)

- 2.- a) Dados los vectores \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} , con \vec{v} y \vec{w} unitarios formando un ángulo de $\pi/6$, deducir el valor de las expresiones $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} \wedge \vec{v})$, $(\vec{v} \cdot \vec{w}) \cdot |\vec{v} \wedge \vec{w}|$. (1 punto)

- b) Demostrar que los tres planos $\pi_1 : x - 3y = 0$, $\pi_2 : 2x + y + z - 1 = 0$, $\pi_3 : x + 4y + z - 1 = 0$ se cortan en una recta, y dar las ecuaciones paramétricas de esta. (1 punto)

- 3.- a) Si f es una función continua no derivable en $x = 0$ y $g(x) = x \cdot f(x)$, calcular, con la definición de derivada, el valor de $g'(0)$, y razonar que $g'(0) = f(0)$. (1 punto)

- b) Sea f una función derivable en todo su dominio $(-\infty, 0)$, tal que $f(x) > 0$ y $f'(x) < 0$ para todo $x \in (-\infty, 0)$. Se define una nueva función $h(x) = x^2 \cdot f(x)$. Demostrar que la función h es decreciente en ese dominio. (1 punto)

4.- Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1 + e^{1/x}}, & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & , \text{ si } x = 0 \end{cases}$

a) Estudiar su continuidad en todo su dominio. A partir del resultado obtenido, ¿qué se puede deducir sobre la derivabilidad de f en $x = 0$? (1 punto)

b) Calcular las derivadas laterales de f en $x = 0$. (1 punto)

5.- a) De una urna que contiene cinco bolas blancas y siete bolas negras se extraen al azar cinco bolas simultáneamente. Hallar la probabilidad de que sean 2 blancas y tres negras. (0,5 puntos)

b) Se tienen dos cajas A y B , con piezas en su interior. El 1% de las piezas de la caja A son defectuosas, mientras que en la caja B lo son el 5%. Se elige al azar una de las cajas, y de esta, también al azar, se extrae una pieza. Sabiendo que la pieza no ha resultado defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que la caja elegida, de la cual proviene la pieza, sea la A ? (1 punto)

